算数文章題における小学生による軌跡表現の特性

金田, 茂裕

算数文章題における小学生による軌跡表現の特性

金　田　茂　裕

Student's diagrammatic expressions of trajectory in elementary arithmetic word problems

KINDA Shigehiro

問　　題

1. 算数における図の研究視角

算数の教育にかかわる心理学研究における主要なテーマの一つとして，どのような図が，どのような状況下で提示されたときに学習者の理解を助けるかという問題がある。これに関連して最近では，*Learning & Instruction* の誌上において，1993年には「テキストの図の理解」(Comprehension of graphics in texts)，1999年には「インタラクティブな図表現による学習」(Learning with interactive graphical representations) というタイトルのもとでの特集が組まれた (Schnotz, 1993; Dobson, 1999)。また，過去10年の教育心理学研究，および，教育心理学会発表論文集のタイトルをみても，「図の提示が問題解決に及ぼす効果」など，図にかかわるテーマは繰り返し取り上げられている。さらにまた，算数教育にかかわる過去の研究を広くレビューした De Corte, Greer, & Vershaffel (1996) や松下 (1997) においても，コンピュータによる図表現や，道具としての図についての問題が主要なトピックのひとつとなっている。一方，小学校，および，中学校の教科書（細川他，1999 a，1999 b，1999 c；福森他，1999）においては，小学校低学年では「おはじき」の図や，「かぞえ棒」の図が載せられており，小学校高学年ではいわゆる線分図や面積図が問題の説明のために使われており，中学校でもさまざまなタイプの図が学習者の理解に対する補助的役割を果たすように描かれている。このように，理解を促進するものとしての図は，心理学研究においても，また，算数・数学の教育実践においても，これまでに多くの注目を集め，一定の位置付けを確立してきたといえる。

しかし，同じ図としての特性，すなわち，数的な事項を空間的に表現したものとしての特性を持つものでありながら，従来の心理学研究においてほとんど取り扱われてこなかった図にかかわる領域がある。それは，学習指導要領（文部省，1989 a，1989 b）において「数と計算」や「量と測定」，「数量関係」などとならんで主要領域のひとつとして位置付けられている「図形」の領域である（吉田，1995)。「図形」の領域では，三角形，四角形，円などの平面図形や，立方体などの空間図形についての定義や性質など，図の「形としての側面」にかかわる事項が教育内容とし

て設定されている。

また，ひとことで算数の教育場面における図といっても，従来の研究において主として取り扱われてきたのは，テキストの図や実験者によって準備された図であった。これに対し，算数文章題に対して学習者が自ら描いた図表現は，およそ学習者の思考過程を推定するための参考資料としての位置付け程度にとどまってきた。ここで，算数の教育場面における図を改めて捉え直してみると，これまでに積み重ねられてきた知見のほとんどは，理解を促進する効果をもつものとしてのテキストの図，および，実験者によって提示された図にかかわる事項に全体として偏ってきたといえる。

これに対し，本研究では，「学習者が描く図表現が，どのような図形的な特性を持っているか」という研究視点を設定したい。この視点に立てば，テキストに掲載されている図と比較して，小学生が描く図表現のバリエーションは多様であることを見出すことができる。それは，学習者の描く図表現が，さまざまな点においてなんらかの不十分さを含んでいることが多いからである。

本研究では，学習者によって描かれる図形的な不十分さを含む図表現の例を示し，不十分な図表現が描かれることの原因について分析しながら，算数の教育場面における図の理解について考察したい。具体的には，「軌跡としての円」を小学生がどのように描くか，という問題を取り扱う。軌跡とは，ある一点がなんらかの数学的なきまりにしたがって移動したときにたどる図形的な道筋のことである。

2．軌跡を描く問題の作成

まず始めに，軌跡を描かせることを課題とする次の3つの問題を準備した。問題①と問題②は本研究において新たに作成した問題である。問題③は，Vershaffel (1994) に原型となる問題があり，その改変版として金田 (2000) において作成されたものである。以下に，問題①，問題②，問題③の特性と，学校の算数教育における位置付けについて説明しながら，本研究の検討課題を示していきたい。

問題①

> 半径3cmくらいの円を，
> コンパスを使わないで書きましょう。
> そして，円の中心と円の半径を書きこみましょう。

問題②

> 杭（くい）にロープでつながれた牛がいます。
> ロープの長さは3mです。
> 牛の歩いていけるところを図（絵）で表しましょう。

問題③

> 大沢君の家から学校までは，500mはなれています。
> 学校から石田君の家までは，300mはなれています。

> では，大沢君の家と石田君の家は何 m はなれているでしょう。
> 1．式と答えを書きましょう。
> 2．問題を図で表しましょう。

問題①は，問題文中に「円を……書きましょう」という表現があることから明らかであるように，「円」という用語を教示条件としてあらかじめ与え，その形を描かせる課題である。円についての小学校における学習事項についてここでまとめれば，小学生は，小学校3年において円の形，半径，および，中心について学習し，小学校5年において，円周と円の面積について学習する（文部省，1989 a)。したがって，この課題は，小学校3年生において学習する円についての知識を備えているかどうかを確かめるための課題として位置付けることができる。

また，学習指導要領（文部省，1989 a）では，図形に関わる活動として，（1）図形を弁別する，（2）図形を構成（作図）する，（3）図形の性質を調べる，（4）図形の間の関係に着目する，という4点が挙げられているが，問題①はここでは（2）の中に位置付けることができると考える。ここで（2）は，（1）（3）（4）とはやや異なる性質を有する。それは，（1）（3）（4）があらかじめ与えられた形についての学習であるのに対して，（2）は何も図形が書かれていない状態からの形の描き方そのものにかかわる学習だからである。

問題②は，円という形にかかわる直接的な教示を与えずに円を描かせることをねらいとする課題である。いかにも単純にみえるこの課題であるが，次の2点について工夫してこれを作成した。

第一は，この課題を解決するために必要とされる知識に関する事柄である。この課題に対する数学的な規範解は，「杭を中心とした半径3 m の円を書くこと」である。この解は，「m」と「cm」の単位の違い除けば，問題①の解と図形的にほとんど同じである。しかし，この課題にあるように牛の動く範囲についての変化の可能性を軌跡として捉えながら，牛の歩いていける到達地点をなめらかな曲線で結び，円を描くという作業は，中学1年の学習事項（文部省，1989 b；福森，1999）である「一点から等距離にある点の軌跡（集合）としての円」の知識を必要とするものである。この点において，問題②は，単に「形としての円」を描くという課題である問題①とは異なる。知識を持たない学習者ならば，牛の動きを具体的にたどっていくと最終的に円の形になるということを，その時その場で理解しなくては形としての円を書くことができない。では，この知識を持たない小学生は，問題②に対して軌跡としての円を描くことができるだろうか。

第二は，学習者がこの課題を軌跡としての円を描く問題であると理解したとしても，あるいは，理解しなかったとしても，学習者自身が理解したかぎりの図を描けるように，問題文中の表現を「図（絵）」とし，課題の自由度を高めた点である。例えば，動点の軌跡についての高度な知識を持っていると考えられる高校生がこの課題に取り組んだとしたならば，「この課題に対して円を描くことができる」ということはすぐに理解されると想定できる。また，それとはまったく逆に，杭とロープと牛の絵を書いてよしとする小学生がいる可能性も一方ではあるかもしれない。このように，この課題においては，心理学研究や算数教育場面で見られることの多い，「分からないときの白紙の解答」が出現する比率を低くおさえることができる。学習者がなんらかの図を描けるような環境を設定しておくことは，描かれた図を分析することによって学習者の理解のあり方を推定するという本研究の目的のためにも都合がよい。

問題③は，２つの「家」と「学校」をどのように空間的に配置するかによって解が変化する課題である。この課題のうち，計算部分（式と答えを書きましょう）についての数学的な規範解は「200 m から 800 m の範囲内」であり，図の部分（問題を図で表しましょう）についての規範解は「学校を中心とした半径 200 m の円と半径 800 m の円を描くこと」であるが，この解答にいたるまでに，学習者はいろいろな位置関係について考えをめぐらさなくてはならない。「200 m」や「800 m」という答えは確かに正答であるが，それはあくまで正答のうちのひとつに過ぎない。「もし，こうなっていれば 200 m で，こうなっていれば 800 m だ」などのように，ひとつの問題に対して，複数の仮想的な状況設定を「もし～だとしたならば」という形式で行いながら思考を進め，最終的に２つ以上の異なる答えを算出するという作業を必要とするこのような種類の問題は，小学校の算数科においては取り扱われていない。この課題を提示したとき，小学生は，「200 m」か「800 m」のどちらかひとつのみの答えを示すことがこれまでの研究により示されている（Vershaffel, 1994; Reusser & Stebler, 1997; Yoshida, Vershaffel, & De Corte, 1997；金田，2000）。

今回ここで新たに問題として設定したいのは，この課題に対する図表現を求められた時，小学生は，「家」と「学校」をどのように空間的に配置して捉えるか，という事項である。数学的にはどのような位置関係に置かれていても構わない「家」と「学校」であるが，その小学生の描く空間的な配置が，この課題に対して小学生が考えた「500 ＋ 300 ＝ 800」などのような計算式と，どのように対応しているのかという点に特に注目したい。算数教育において，「計算式と図表現は，普通，テキストにおいても，学習者の思考においても，互いによく対応しているはずである」というのは最も素朴な一般的通念と考えられえるもののひとつであるが，この課題においては，それはどのようにして確かめられるであろうか。

目　　的

問題①，問題②，問題③に対して小学生が描く図表現について分析することにより，算数における図の理解について考察することを目的とする。以下の３点を具体的な検討課題としたい。

1．学習者の描く図表現の多様性について。
2．「図形を描く」という作業にかかわる知識的な要因について。
3．小学生の描く図表現の空間的な図式の特徴について。

方　　法

今回対象とした被験者は，滋賀県の公立小・中学校に通う小学４年生 26 名，５年生 27 名，６年生 186 名，中学１年生 11 名，２年生 10 名と，国立大学生 16 名である（表１）。小学生に加え，中学生と大学生からもデータを集めることにより，比較検討を行う。ここで＊印のついている箇所については，対応のあるデータであるが，それ以外は対応のないデータである。

表1　問題①，問題②，問題③についての分析対象とした学習者の人数

	小4	小5	小6	中1	中2	大学生
問題①	—	27	186*	—	—	—
問題②	—	27	186*	11	10	—
問題③	26	21	186*	11	10	16

＊印は対応のあるデータであること，—印はデータがないことを示す

ただし，表1に示したように，分析対象とした各学齢の人数には相当の偏りがある。なお，中学2年以降の学習者は「一点から等距離にある点の軌跡としての円」にかかわる事項について既習である。

中1，中2，大学生を対象とした調査は筆者が個別に行い，小学生を対象とした調査は，各学級の担任の教師に依頼する形でおこなった。調査を依頼するにあたっては，①算数の課題として実施すること，②「自分で思ったとおりに自由に図を書くように」と生徒に教示すること，③「わからないことなどがあったら大きな声で言わずに静かに手を挙げて先生に聞くようにように」と生徒に伝えること，④「半径3 cm の円を書く課題」は他の問題の解決に影響を与える可能性があるので最後に実施すること，⑤解答時間は，だいたいの生徒が書けるくらいに設定すること，⑥「真中に杭（学校）を書いて」などの課題に関するヒントは与えないこと，の6点を担任の教師に詳しく説明した。

結果と考察

まず始めに，小学生から収集したデータについて，事例的に検討する作業を行う。問題①，問題②，問題③に対する小学生による図表現のさまざまな例を示し，それぞれの図表現に対して，内容を正確に反映するような位置付けを与えていくことにより，算数の教育場面における図の分析枠組みの基礎を作りたい。

1．問題①に対する図表現の事例検討

問題①に対して学習者が描いた図表現は，ほとんど一様であった。すなわち，学習者の大多数はなめらかな曲線を用いて円の形をほとんど正確に描いた。なかには，問題の意味を取り違えてか「半円」を書いている学習者や，半径と直径を混同して理解している学習者もいたが，そのような学習者でさえ，直線を用いて円を描こうとすることはなく，「コンパスを使わずに」という教示にもかかわらず苦心してなめらかな曲線を描いた。

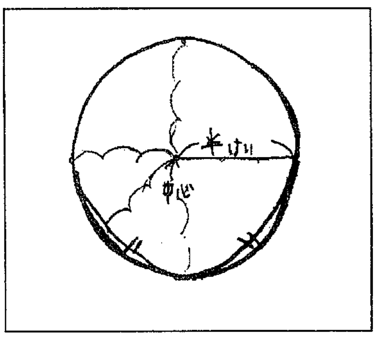

図1　円の図表現の典型例

これは，学習者が「円」という形の持つ形状的な特性についての知識を十分に持っていたことを

意味する。先に述べたように，この知識は小学校3年における学習によって得られた知識であり，見方を変えれば，日常的な経験から得られた知識として位置付けられる可能性もあるものであるが，ここで重要なのは，今回調査対象とした学習者が円という形状についての知識を持ち，実際にそれを描くことができるということが確かめられたという事項である。図1は，学習者が描いた図表現の最も典型的な一例である。

2．問題②に対する図表現の事例検討

問題②に対して学習者が描いた図表現は，問題①とは異なり多様であった。また，この問題②については，調査を依頼した担任の教師5名のうち4名から「予想と比べて意外に書けないので驚いた」という事後感想を得たが，このことは，学習者の描く算数の図表現について学校現場においてもまだよく知られていない事柄があることを示唆するものである。

図2と図3は，これが「牛の歩いていけるところを図で表しましょう」という課題であるにもかかわらず，「歩いていけるところ」にかかわる数学的な表現が全くない図である。これらの図においては，「牛」という印と3mと書かれたロープが描かれている（図2）のみであったり，あるいは，杭から伸びた一本のロープと牛が情景的に描かれている（図3）のみであったりなど，これらがどのように「歩いていけるところ」の表現になっているのか，数学的な観点からは読み取ることができない。もちろん，「この学習者にとってこの牛は歩いている」，あるいは，「この課題に対して図ではなく絵を書くならば，これでも構わない」と指摘できる可能性も考えられないわけではない。だが，この課題が「算数の問題」として実施されたこと，「歩いていけるところを表わしましょう」と教示されていることの2点を考え合わせるならば，「図形的な観点から軌跡としての円を考えることができなかった」ということを，このような「動きの静止した図」が描かれたことの大きな原因のひとつとして想定できる。

図4～図7は，図2や図3のような数学的な表現に全くなっていないものとは異なり，「歩いていけるところ」についての何らかの図形的な表現がなされているものである。ただし，これらは以下に示すように，数学的な空間表現としては，軌跡としての円になっていないという点で「中途半端な」図表現である。図4は，線形的な空間の範囲内で牛が歩いていることを示している図表現である。この図表現は，確かに牛の動きを表現しているものではあるが，単に1次元的な直

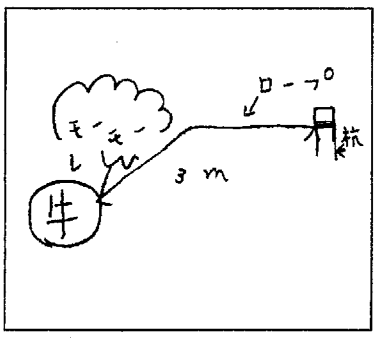

図2　「牛」印と3mのロープの描かれた図表現

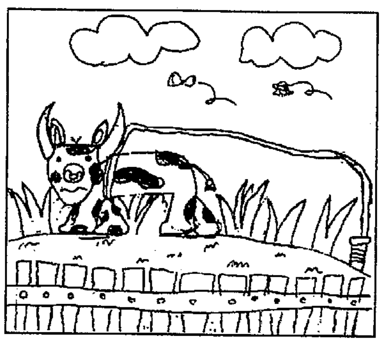

図3　情景的に描かれた図表現

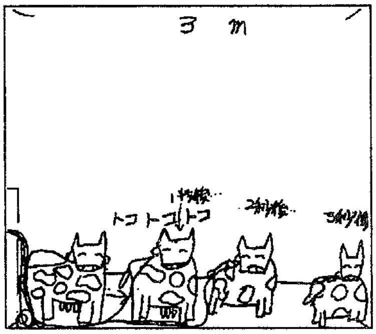

図4　直線上を歩く牛の図表現

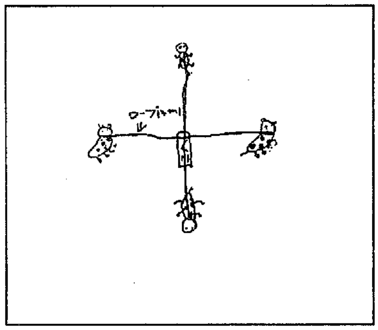

図5　多方向にロープの伸びた図表現

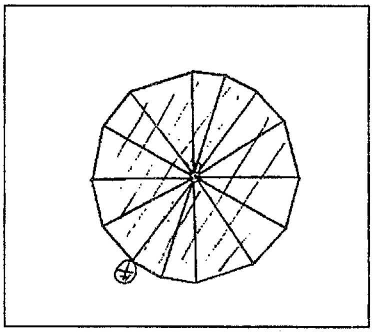

図6　多角形の図表現

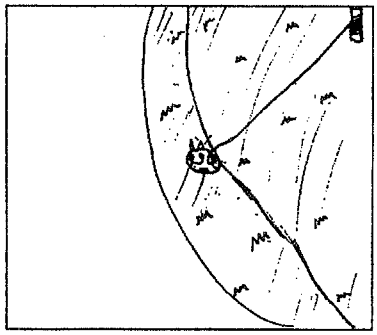

図7　おうぎ形の図表現

線上をたどるにとどまり，平面的な動きを捉えるには至っていない。図5は，杭を中心としてロープが多方向に伸びており，牛の歩いていくことのできる具体的ないくつかの可能性が平面的に示されている図表現である。図6は，牛の歩いていくことのできる具体的ないくつかの可能性を示した上で，最後にそのすべての到達点を結ぶことによって，「歩いていけるところ」の範囲を示した図表現である。ここで注目したいのは，最終的に描かれた図が円ではなく角のある多角形になっている点である。問題①に対する図表現の分析によって，学習者が円を書く技術自体を十分に有していることは確かめられているが，それでもこの問題②ではこのような角のある表現になってしまった。図7は，なめらかな曲線を用いたおうぎ形になってはいるが，完成した円にはならず，円の一部を表現するにとどまっている。

図8，図9は，いずれも軌跡としての円を正しく描いているものである。ただし厳密には，単に円周のみをたどっている図8は，円の内部を塗りつぶしている図9とは区別するべきであるが，本研究では軌跡としての円を描くこと自体を問題としているので，ほとんど同一のものとしてみなす。

他には，少数ながら，問題②を「変な問題」として捉えた解答があった。例えば，ロープが杭にまきついて牛が動けなくなるとした解答，「ロープを切れば自由」とする解答，などである。

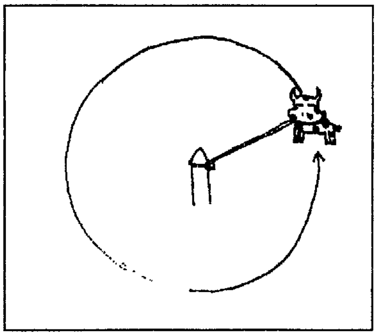

図8　円周の図表現

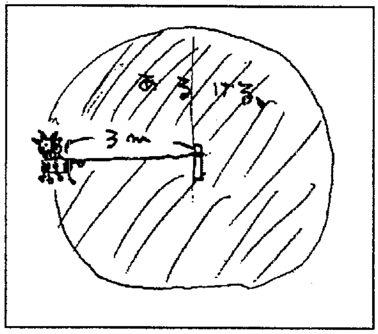

図9　円の内部を塗りつぶした図表現

問題②に対する反応を分析することにより得られた事柄をまとめれば，（1）学習者によって描かれた図表現は多様である。学習者によって描かれた図表現には，数学的な空間表現には全くなっていない絵のようなものから，数学的な空間表現を備え，いくつかの可能性を表わしてはいるがまだ不十分なもの，軌跡としての円になっているものまであり，これらは学習者による図の理解を反映したものとして捉えることができる。（2）「円を描く」という一見単純な作業にも，形についての知識的な要因がかかわっている。それは，問題①に対しては円を書けた学習者が，問題②に対してはうまく円を書けないことがあるというところに見出すことができる。

3．問題③に対する図表現の事例検討

問題③に対して学習者が描いた図表現もまた，多様であった。特に注目すべきは，この課題に対して，例えば「500 ＋ 300 ＝ 800」などの同じ計算式が示されていても，学習者によって図表現が異なる場合が多々見出せる点である。ここでは，図表現が数式とどのように対応しているかという点に注目しながら分析を進めたい。

図10，図11は，「学校」と「家」の位置関係が鳥瞰図のような形態で描かれた図表現である。例えば，図10では，「学校」と「家」とを結ぶ道がところどころ曲がっており，直線距離ではなく「道のり」の距離が表現されている。また，構図も数学的なものというよりは「地図」のよう

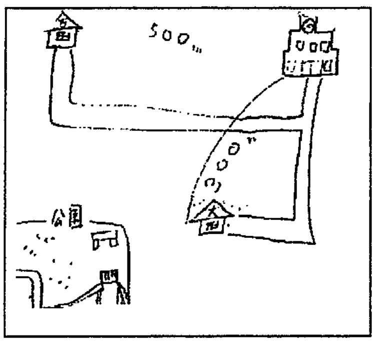

図10　鳥瞰図の図表現

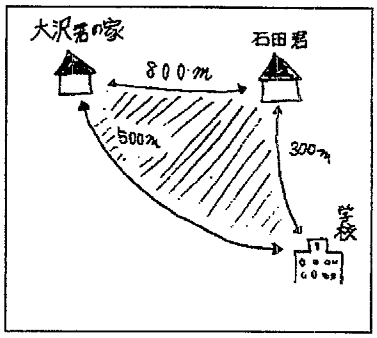

図11　計算と数学的な空間とが対応していない図表現

なものである。さらにまた，この図を描いた学習者は，問題の計算部分については「500 − 300 = 200」としたにもかかわらず，空間表現はそれによく対応するものにはなっていない。図 11 ではそれがより顕著である。ここでは，計算により算出された値を図にそのまま描きこんでいるため，図の持つ空間的な意味付けがおかしくなっている。

これに対し，図 12，図 13 は，算出された答えと数学的な空間とがよく対応している図表現である。ここで注目すべきは，数学的にはどのような位置関係にあってもいいはずの「家」と「学校」が，整然とした印象を与える直線上に並べられており，学習者が出した「500 − 300 = 200」や「500 + 300 = 800」のような数式が，図表現における空間的な「長さ」とよく対応している点である。このような図表現は，いわゆる「線分図」の空間図式と同じものである。

図 14 は，問題③に対して，異なる 2 つの解が算出されている時に必ずといっていいほど見出せる共通の構図によって描かれている図表現である。ここでは図が 2 通り描かれているが，そのいずれもが，図 12，図 13 と同様に空間的には直線として捉えられており，それ以外の解の存在する可能性についての指摘が見られない点に注目したい。2 つのパターンを指摘することができた学習者が，それ以上の可能性を図表現において示すことができなかったのは，その学習者にとってこの直線的な空間図式の枠を越えて考えを進めることが困難であったことによるのではないかと推測する。

図 15 は，計算部分について「わからない」，「答えはいろいろある」，「200 m〜 800 m の範囲内」などとした上で，「家」と「学校」を 2 次元空間上に配置した図表現の典型的な例である。ここでは，「家」と「学校」の位置関係のさまざまな可能性が十分に想定されている。

問題③に対する反応を分析することにより得られた事柄をまとめれば，（1）学習者によって描かれた図表現は多様である。特に，計算式と空間的によく対応した図表現もあれば，うまく対応していない図表現もあることは注目すべきである。（2）小学生の描く図表現の中には，学校の教育現場においてよく取り扱われる「線分図」と共通する空間的な図式を見出すことができる。この図式は，図 10，図 11 のような計算と対応していない図表現と，図 15 のような規範的な図表現とをつなぐ中間的なものとして位置付けることができると考える。

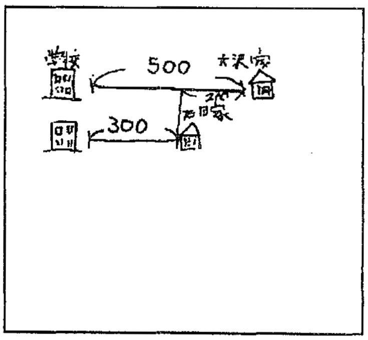

図 12　線分図の図表現（1）

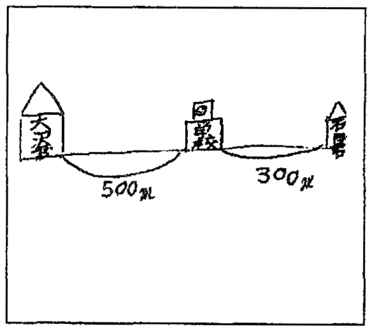

図 13　線分図の図表現（2）

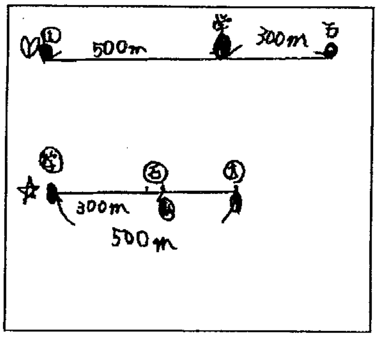

図14　異なる2つの解を示す図表現

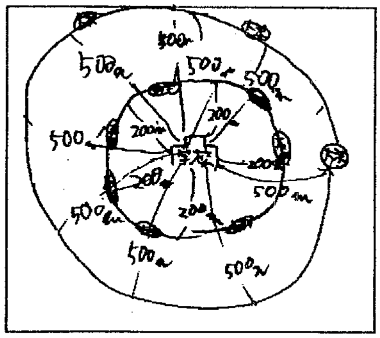

図15　さまざまな位置関係を示す図表現

4. 度数分布

次に，問題①，問題②，問題③に対する学習者によるさまざまな図表現の数量的な出現比率について，中学生，大学生から収集したデータもあわせて学齢別に示したい。これまでの事例的検討によって示してきた図表現のさまざまなパターンをまとめて図表現のカテゴリーを設定し，学習者が描いたひとつひとつの図表現の事例をそこに分類する作業を行った。先に述べたように，分析対象とする学習者の人数には大きな偏りがあるので，ここではあくまで大まかな傾向を把握するにとどめ，より詳細な統計的分析は今後の検討課題として残すことにする。

問題①については，円の形を描けない学習者はごく少数であり，小学校5年生と小学校6年生をあわせて213人中，2名（1%）であった。また，213人中，15名（7%）は，半径と直径とを間違えたり，誤って「半円」を描いたりしていた。

問題②については，図2，図3のような，数学的な動きの表現のないものをカテゴリー1「動きなし」とし，図4，図5，図6，図7のような軌跡としての円に至っていないものをカテゴリー2「中途半端」としてまとめ，図8，図9のような円の図表現をカテゴリー3「円」として設定し，各カテゴリーに該当する学習者の図表現の度数を計上した（表2）。

表2　問題②に対する学習者の図表現（人数）

	小5	小6	中1	中2
カテゴリー1「動きなし」	16	71	2	1
カテゴリー2「中途半端」	6	24	4	1
カテゴリー3「円」	5	84	5	8
その他	0	7	0	0

各セルの度数が大きく異なるので確かなことは現段階では言えないが，全体的な傾向としては，小学校5年生では相対的にカテゴリー1の比率が高く（59%），小学校6年生（38%），中学校1年生（18%），中学2年生（10%）と続き，数学的な動きの表現のない図表現の比率は低下している。それに代わり，カテゴリー3の比率は小学校5年生（19%），小学校6年生（45%），中学校1年生（45%），中学校2年生（80%）と上昇している。よって，学習者による図表現について，「動きなし」から「中途半端」を経て「円」へと進む準序を想定することができる。

問題③については，図10，図11のような計算式と図表現との間に関連付けのないものをカテゴリー1「関連なし」とし，図12，図13のような計算式と図表現との間に関連付けのある直線的

な図式がひとつだけ描かれているものをカテゴリー2「直線図式1」としてまとめ，図14のような計算式と図表現との間に関連付けのある直線的な図式が2つ描かれているものをカテゴリー3「直線図式2」とし，図15のようなさまざまな解答があることを示すものをカテゴリー4「指摘」として設定し，各カテゴリーに該当する学習者の図表現の度数を計上した（表3）。

表3　問題③に対する学習者の図表現（人数）

	小4	小5	小6	中1	中2	大学生
カテゴリー1「関連なし」	12	12	35	1	0	1
カテゴリー2「直線図式1」	11	8	118	10	9	0
カテゴリー3「直線図式2」	1	2	16	0	1	0
カテゴリー4「指摘」	1	0	9	0	0	15
その他	1	2	9	0	0	0

ここでも各セルの度数が大きく異なるので確かなことは現段階では言えないが，全体的な傾向としては，小学校4年生では相対的にカテゴリー1の比率が高く（46%），小学校5年生（44%），小学校6年生（18%），中学校1年生（9%），中学2年生（0%），大学生（6%）と続き，計算式と関連付けのない図表現の比率は低下している。ここで注目すべきは，カテゴリー2である。比率は，小学校4年生（42%），小学校5年生（30%），小学校6年生（63%），中学校1年生（91%），中学2年生（90%），大学生（0%）であり，「直線図式1」の図表現は一時的によく描かれるようになり，学齢がさらにずっと進むとまた描かれなくなる。また，カテゴリー4の出現比率が大学生において他より高い（94%）ことは明らかである。よって，学習者による図表現について，計算式と全く関連のない「関連なし」から，「直線図式1」，「直線図式2」を経て，さまざまな場合を「指摘」する段階へと進む準序を想定することができる。

最後に，問題②と問題③に対する図表現の相互関係について，小学校6年生から収集した対応のあるデータを利用して検討しておきたい。問題②と問題③について，先に設定した図表現のカテゴリーを利用してクロス表を作成し，それぞれの学習者の反応パターンを計上した（表4）。

表4　問題②と問題③に対する小学校6年生の図表現（人数）

		問題②		
		「動きなし」	「途上」	「円」
問題③	「関連なし」	27	5	3
	「直線図式1」	42	17	59
	「直線図式2」	2	2	11
	「指摘」	0	0	7

ただし，問題②，問題③のいずれか一方に「その他」の解答をした学習者11名を除いた

各行と列の度数が大きく異なるため確かなことは現段階では言えないが，問題②における「動きなし」の人数（71名）と「円」の人数（81名）とはおよそ同じでありながら，問題②において「動きなし」，かつ，問題③において「関連なし」の図表現を書いた人数（27名）は，問題②において「円」，かつ，問題③において「関連なし」の図表現を書いた人数（3名）と比較して相当多

い。また，問題③に対して「指摘」の図表現を書いた学習者は全員，問題②に対して「円」の図表現を描いている。これらを考え合わせれば，問題②と問題③は，算数における図の理解にかかわる共通の事柄を取り扱うものであると推定することができる。

結論と展望

本研究では，小学生による軌跡表現の特性を分析することにより，（1）学習者による図表現にはさまざまな不十分さがあり，それゆえにさまざまな図表現のバリエーションが発生すること，（2）図形を描くという作業にも知識的な要因がかかわること，（3）学習者の描く図表現には，計算式や数学的事項とはほとんど関連のないものから，規範的なものまであり，その間には，なんらかの不十分さを有する図表現の中間的な段階を想定することができるということ，の3点を指摘した。

確かに，図表現には，「直接的には示されてはいないが，暗に意味されている事柄がある」という可能性が常につきまとう。それは例えば，問題②において，「この牛はここを動いている」という報告が学習者から得られるような可能性である。本研究では，この点に注意を払い，「牛の歩いていけるところを示すという課題内容をよく理解したならば，学習者はそれを表現するはずである」，「理解が不十分だから不十分な図表現になる」というような前提を置くことによって考察を進めてきた。

図を提示したときにそれが学習者にとってどのような効果を持つかという研究視点と，学習者が描く図表現はどのような特性を持つかという研究視点の接点を見出しつつ，学習者の図の理解についてさらに検討を深めることが今後の課題のひとつである。

付　記

本論文の作成にあたりご指導いただきました京都大学大学院教育学研究科子安増生教授に深く感謝いたします。また，本研究にご協力いただきました学校の先生方，児童，生徒のみなさんに心よりお礼申し上げます。

文　献

De Corte, E., Greer, B., & Vershaffel, L. 1996 Mathematics teaching and learning. In D. Berliner & R. Calffee (Eds.), *Handbook of educational psychology*. 491－549. New York : Macmillan.

Dobson. M. W. (Ed). 1999 Learning with Interactive Graphical Representations. *Learning & Instruction*, 9, 303－307.

細川藤次他　1999 a　文部省検定済教科書　算数1年上　啓林館

細川藤次他　1999 b　文部省検定済教科書　算数3年上　啓林館

細川藤次他　1999 c　文部省検定済教科書　算数5年上　啓林館

福森信夫他　1999　文部省検定済教科書　数学1年　啓林館

金田茂裕　2000　多数解を持つ文章題における小学生の解および評価　京都大学大学院教育学研究科修士論文　（未公刊）

松下佳代　1997　数学的理解と教育　日本児童研究所（編）児童心理学の進歩（1997年版）　金子書房．36, 99－122.

文部省　1989 a　小学校指導書算数編　東洋館出版社

文部省　1989 b　中学校指導書数学編　大阪書籍

Reusser, K., & Stebler, R. 1997 Every word problem has a solution – The social rationality of mathematical modeling in schools. *Learning and Instruction*, 7, 309 – 327.

Schnotz, W. (Ed). 1993 Comprehension of graphics in texts. *Learning & Instruction*, 3, 151 – 155.

Verschaffel, L., De Corte, E., & Lasure, S. 1994 Realistic consideration in mathematical modeling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, 4, 273 – 292.

吉田甫　1995　認知心理学からみた数の理解　吉田甫・多鹿秀継(編著)　認知心理学からみた数の理解　北大路書房.　pp. 1 – 10.

Yoshida, H., Verschaffel, L., & De Corte, E. 1997 Realistic considerations in solving problematic word problems : Do Japanese and Belgian children have the same difficulties ? *Learning and Instruction*, 7, 329 – 338.

（博士後期課程１回生，教育認知心理学講座）